**Лекция 5. Решение систем линейных уравнений**

**1. Матричный метод решения систем линейных уравнений**

**Основные понятия**

Имеем систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

В матричной форме система записывается как ***A* · *X* = *B***, где

– основная матрица системы,

– матрица свободных членов,

– матрица-столбец неизвестных переменных.

Решение системы линейных алгебраических уравнений матричным методом определяется по формуле ***X* = *A*–1 ·*B,*** *где A*–1 – обратная матрица для основной матрицы системы *A***.**

**Обратная матрица**

*Определение***.** Матрица*A*–1 называется обратной для матрицы *A*, если *A*–1·*A = E (единичной матрице).*

**Нахождение обратной матрицы**

Обратная матрица для матрицы A находится по формуле , где – транспонированная матрица, элементами которой являются алгебраические дополнения

*Алгоритм нахождения обратной матрицы* с использованием равенства

1. Вычисляем определитель матрицы A и убеждаемся, что он отличен от нуля (в противном случае матрица A необратима).

2. Строим матрицу – матрицу из алгебраических дополнений элементов *a*ij.

3. Транспонируем матрицу , тем самым получаем

4. Умножаем каждый элемент матрицы Этой операцией завершается нахождение обратной матрицы *A*–1.

5. Проводим проверку результата, вычисляя произведения *A*–1·*A и A*· *A*–1. Если *A*–1·*A =A*· *A*–1*= E,* то обратная матрица найдена верно, в противном случае была допущена ошибка.

**Пример нахождения обратной матрицы**

Дана матрица . Найти обратную матрицу.

*Решение*

1. Вычисляем определитель матрицы = (–2)·(–1)3·+1·(–1)4· = 2·(0 + 6) + (0 + 4) = 12 + 4 = 16. Определитель отличен от нуля, это означает, что матрица обратима. (В случае равенства определителя нулю система не разрешима матричным методом).

2. Находим матрицу из алгебраических дополнений

Таким образом

Выполним транспонирование матрицы из алгебраических дополнений

Теперь найдем обратную матрицу

Проверяем полученный результат

= E

**Задание 1**

Аналогично проверьте равенство *A*–1·*A* и сделайте вывод*.*

**Пример решения системы линейных алгебраических уравнений матричным методом.**

В матричной форме исходная система примет вид *A · X = B*, где

Решением системы будет *X* = *A*–1 · *B*

Найдем обратную матрицу

1. Вычислим определитель основной матрицы

2. Составим матрицу из алгебраических дополнений

и транспонируем ее

3. Умножим транспонированную матрицу на множитель вида

– обратная матрица найдена.

Отсюда *X* = *A*–1 · *B =*

Ответ:

**Задание 2**

Выполнить проверку полученного решения, подставив его в матричную форму исходной системы уравнений ***A* · *X* = *B***

**Контрольные вопросы**

1. Какой вид имеет запись решения системы линейных алгебраических уравнений матричным методом?

2. Какая матрица называется обратной к данной матрице?

3. Как находится алгебраическое дополнение элемента?

4. Какова формула нахождения обратной матрицы?

4. Как проверить, что обратная матрица найдена верно?